

Государственное бюджетное профессионального образовательное
учреждение
Московской области
Орехово-Зуевский железнодорожный техникум имени В.И. Бондаренко

Дисциплина: "Математика"

Методическая разработка открытого урока

**по теме: «Применение
тригонометрических формул
к упрощению выражений»**

Преподаватель: Бурова Т.Н.

Орехово-Зуево, 2020 год

<u>Тема урока:</u>	«Применение тригонометрических формул к упрощению выражений»
<u>Тип урока:</u>	Урок систематизации и обобщения знаний и умений
<u>Технология:</u>	технология ИКТ, здоровьесберегающая технология, игровая технология
<u>Оборудование:</u>	ноутбук, мультимедийный проектор, экран, зелёно-красные ладони из картона , карточки для самооценки и рефлексии.
<u>Цель:</u>	развивать навыки упрощения выражений с применением основных тригонометрических формул; Обобщить и систематизировать знания учащихся
<u>Задачи урока:</u>	<p><i>образовательная:</i> способствовать прочному усвоению материала</p> <p><i>развивающая:</i> развивать логическое мышление, продолжать формирование математической речи</p> <p><i>воспитательная:</i> привитие учащимся навыка самостоятельности в работе, создать условия для развития индивидуальных способностей учащихся</p>
<u>План урока:</u>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Организационный момент(2 мин) 2. Устный опрос.(7 мин) 3. Решение задач.(19 мин) 4. Физкультминутка(3 мин) 5. Тест.(10мин) 6. Подведение итогов.(3 мин) 7. Рефлексия.(1 мин)
<u>Учебники:</u>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Башмаков М.И. , Математика. – М.: Издательский центр «Академия», 2017. 2. Богомолов Н. В. ,Сборник задач по математике: учебное пособие для ссузов. – М.: Дрофа, 2017.

Ход урока.

1. Организационный момент. (слайд 1)

Здравствуйте, ребята!

Сегодня у нас урок по теме «Применение тригонометрических формул к упрощению выражений» и наша цель – повторить, обобщить и систематизировать знания по данной теме. Так давайте сегодня будем активны, внимательны и сообразительны.

У каждого на парте лежит «оценочный лист», куда вы в течение урока будете заносить результаты своей работы за каждый вид задания. В конце урока каждый узнает оценку, которую заработал. Итак, начинаем.

2. Устный опрос. «Верно-неверно». (слайд 2-3)

У вас на стеле лежат ладони. Если вы считаете, что выражение верно , то ладонь – зелёная, если выражение неверно, то красная.

$$\sin 128^\circ > 0$$

$$\cos 214^\circ > 0$$

$$\tg 190^\circ < 0$$

$$\ctg 143^\circ < 0$$

$$\sin (-3x) = \sin 3x$$

$$\cos 5x = \cos (-5x)$$

$$\tg 2x = -\tg 2x$$

$$\ctg (-2,5x) = -\ctg 2,5x$$

$$-\sin 5x = \sin (-5x)$$

За каждый правильный ответ вы ставите себе 1 балл в оценочный лист.

8. Решение задач.

Зависимость между тригонометрическими функциями. (слайд 4-5)

В тригонометрии существуют зависимости между функциями одного и того же аргумента, и я сейчас вам предлагаю по одной известной величине найти остальные три. (слайд 3) (студентам раздаются карточки с заданиями, работают по вариантам. Два студента работают у доски)

	III четверть	IV четверть
$\sin \alpha$		$-\frac{8}{17}$
$\cos \alpha$	$-\frac{3}{5}$	
$\tg \alpha$		
$\ctg \alpha$		

После заполнения должна получиться следующая таблица.

	III четверть	IV четверть
$\sin \alpha$	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{8}{17}$
$\cos \alpha$	$-\frac{3}{5}$	$\frac{15}{17}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{8}{15}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{15}{8}$

Беседа по вопросам:

- Для чего в условии задаётся четверть, которой принадлежит угол α ?
- Почему у первого варианта получилось значение синуса отрицательное, а значения тангенса и котангенса положительные?
- Почему у второго варианта получилось значение косинуса положительное, а значения синуса и котангенса отрицательные?

(В «оценочный лист» студенты заносят по одному баллу за каждое верно найденное значение.)

Преобразование выражений

Для выполнения предыдущего задания нужно было воспользоваться основными тригонометрическими тождествами, но вы знаете, что с их помощью можно ещё упрощать выражения и доказывать тождества.

№1. Следующее задание выполняем по рядам (каждому варианту – своё задание), а два человека пойдут работать к доске. (слайд 7)

1 вариант	$-\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg}(-\alpha) - \cos^2(-\alpha)$
2 вариант	$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$

№2. (слайд 8)

Вычислите:

1 вариант	$\frac{\sin 75^\circ + \sin 45^\circ}{\sin 285^\circ}$
2 вариант	$\frac{\cos 105^\circ - \cos 15^\circ}{\cos 315^\circ}$

9. Физкультминутка.

Ребята, мы с вами повторили все основные моменты пройденной темы и, чтобы проверить знания, вам предстоит написать самостоятельную работу в виде теста, но сначала вы немного отдохнёте.(видео «Зарядка шэ-бэ»
Зарядка для глаз.

10. Тест.

**Тест по теме:
«Применение тригонометрических
формул к упрощению выражений»**
Вариант 1
Часть 1

1. Упростите выражение: $\operatorname{tg}^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x$
 А. - $\frac{1}{\cos^2 x}$ В. - $\frac{1}{\sin^2 x}$ С. $\frac{1}{\sin^2 x}$ Д. $\frac{1}{\cos^2 x}$

2. Упростите выражение: $3\sin^2 x + 10 + 3\cos^2 x$
 А.7; В.10; С.13; Д.16

3. Упростите выражение: $2\sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$
 А. 1; В. $\sqrt{2}$; С. $\frac{\sqrt{2}}{2}$; Д. $\frac{1}{2}$

4. Найти значение выражения: $\sin 63^\circ \cos 27^\circ + \cos 63^\circ \sin 27^\circ$
 А. 0; В. 1; С. $\frac{1}{2}$; Д.-1

5. Упростите выражение
$$\frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) \cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}{\operatorname{tg}(\pi - \alpha)}$$

 А. $\cos \alpha$; В. $-\sin^2 \alpha$; С. $\sin^2 \alpha$; Д. $-\cos^2 \alpha$.

Часть 2

Вычислите: $\cos^2 x + \sin^4 x + \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

**Тест по теме:
«Применение тригонометрических
формул к упрощению выражений»**

Вариант 2

Часть 1

1. Упростите выражение: $2 - (\sin^2 x + \cos^2 x) + \operatorname{ctg}^2 x$

A. $-\frac{1}{\cos^2 x}$ B. $-\frac{1}{\sin^2 x}$ C. $\frac{1}{\sin^2 x}$ D. $\frac{1}{\cos^2 x}$

2. Упростите выражение: $4\sin^2 x + 5 + 4\cos^2 x$

A. 10; B. 9; C. 13; D. 11

3. Упростите выражение: $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$; C. 1; D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. Найти значения выражения: $\cos 18^\circ \cos 63^\circ + \sin 18^\circ \sin 63^\circ$

A. 0; B. -1; C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$; D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. Упростите выражение $\frac{\sin(\pi + \alpha)\cos(\pi - \alpha)}{\operatorname{ctg}(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}$

A. $\cos \alpha$; B. $-\sin^2 \alpha$; C. $\sin^2 \alpha$; D. $\cos^2 \alpha$.

Часть 2

6. Вычислите: $\frac{\operatorname{ctg}^2 x}{\sin^2 x} (\operatorname{tg}^2 x - \sin^2 x)$

Ответы на тест.

	1	2	3	4	5	6
1 вариант	D	C	C	B	D	1
2 вариант	C	B	B	C	D	0

11.Подведение итогов.

Ребята, наш урок подходит к концу. Посчитайте, пожалуйста, сколько баллов вы набрали. Посмотрите на экран, там приведена таблица перевода набранных баллов в оценку. Теперь каждый из вас увидел результат своей работы. (*приложение 1*)

Домашнее задание. Башмаков М.И. стр.107 №2 (1,5)

12.Рефлексия.

В завершение урока мне бы хотелось, чтобы каждый из вас оценил степень своего участия в уроке. Выберите себе, пожалуйста, тот рисунок, который, по вашему мнению, характеризует степень вашего участия.

Спасибо за урок. До свидания.

Приложение 1.**Оценочный лист учащихся**

Виды работы	Максимальное количество баллов	Набранное количество баллов
Устная работа	9	
Зависимость между тригонометрич. функциями	3	
Преобразование выражений	2	
Тест	7 (5 + 2)	
Итого	21	

Шкала перевода набранных баллов в оценку

Рейтинг	1–7 баллов	8-12 баллов	13-17 баллов	18-21 баллов
Оценка	2	3	4	5

Приложение 2.

Карточка для рефлексии

			
Всё смог решить! Уроком доволен	Не совсем всё понял, хочу понять	Ничего не понял	И не хочу понимать

Таблица тригонометрических функций (синус, косинус, тангенс, котангенс)

α (радианы)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{2\pi}{3}$	2π
α (градусы)	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	—	0	—

Формулы приведения

Функция (угол в °)	90° - α	90° + α	180° - α	180° + α	270° - α	270° + α	360° - α	360° + α
\sin	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$
\cos	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
tg	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
ctg	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
Функция (угол в рад.)	$\pi/2 - \alpha$	$\pi/2 + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$3\pi/2 - \alpha$	$3\pi/2 + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$

Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha \div \cos \alpha$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha \div \sin \alpha$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 \div \cos^2 \alpha$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = 1 \div \sin^2 \alpha$$

Формулы сложения

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Формулы двойного угла

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

Переход от суммы к произведению

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \mp \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Применение тригонометрических формул к упрощению выражений

Преподаватель математики
Бурова Т.Н.

«Верно-неверно»

$$\sin 128^\circ > 0$$

$$\cos 214^\circ > 0$$

$$\tg 190^\circ < 0$$

$$\ctg 143^\circ < 0$$

«Верно-неверно»

$$\sin(-3x) = \sin 3x$$

$$\cos 5x = \cos(-5x)$$

$$\tg 2x = -\tg 2x$$

$$\ctg(-2,5x) = -\ctg 2,5x$$

$$-\sin 5x = \sin(-5x)$$

Зависимость между тригонометрическими функциями

	3 четверть	4 четверть
$\sin \alpha$		$-\frac{8}{17}$
$\cos \alpha$	$-\frac{3}{5}$	
$\tg \alpha$		
$\ctg \alpha$		

Самопроверка

	3 четверть	4 четверть
$\sin \alpha$	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{8}{17}$
$\cos \alpha$	$-\frac{3}{5}$	$\frac{15}{17}$
$\tg \alpha$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{8}{15}$
$\ctg \alpha$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{15}{8}$

Преобразование выражений

1 вариант	$-\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg}(-\alpha) - \cos^2(-\alpha)$
2 вариант	$\frac{\sin \alpha}{1+\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{1-\cos \alpha}$

Преобразование выражений

1 вариант

$$\frac{\sin 75^0 + \sin 45^0}{\sin 285^0}$$

2 вариант

$$\frac{\cos 105^0 - \cos 15^0}{\cos 315^0}$$

Тест по теме:
**«Применение
тригонометрических
формул к упрощению
выражений»**

Ответы на тест.

	1	2	3	4	5	6
1 вариант	D	C	C	B	D	1
2 вариант	C	B	B	C	D	0

Шкала перевода набранных баллов в оценку

Рейтинг	1-7 баллов	8-12 баллов	13-17 баллов	18-21 баллов
Оценка	2	3	4	5

Домашнее задание

Башмаков М.И.

«Математика»

стр.107 №2 (1,5)

Спасибо за
внимание!